TRAC
DE
INTEN
FORM

v. Copinger n° 5714

Tractatus Arithmethice

Practice qui dicitur Algorismus.

q Uia vniuersis bonarū artiū et philosophie studio
sis: mathematicas esse prosequendas: ac earundē
limina igredi volētibus ab arithmetica eē ordiēdū
(eo ꝙ hec aliaꝝ notissima ceteris additum parat)
aristoteles in posterioribus asseuerat: id circo vt
etiā alioꝝ vtilitati studia referantur nostra: de ipsa arte nume-
randi: ꝓut ille qui stellaꝝ numerat multitudinē quiqꝫ oīa certa
numeri ratiōe formauit benedictus deus dignabit nos illustra
re: breue cōpendiū ex predecessoꝝ libris colligemus. Arithme
thica igitur est sciēcia numeri eiusqꝫ specieꝝ ac proprietatū et ꝓ
porcionū speculatiua. Unde et a rithmos quod est numerus di
cta est. Eius alia ps est theorica alia vero practica/theorica nūe
rū et ptēs et passiones eius per se cōsiderat. pratica aūt nūeros
ad negociationes humanas aplicat. et hec noīe ꝓprio dicitur
algorimus. vnde cuiuslibet nūeri scripti ostendit valorē. omnē
etiā numeꝝ cōceptū vel prolatū docet recte ꝑ litteras scriptas
represētare. Item pratice de qua hic intendimus tres sūt ptes:
prima de nūeris integris. secūda de fractionibus nūeroꝝ. tertia
de curiosis et difficilibus mercatoꝝ q̊nib⁹ Et rursus fractiōes
nūeroꝝ sūt duplices: q̄dā vulgares: vt medietas vel tertia vel
quarta ps vnius rei. alie v̊o sūt fractiones phīce. s. cū vna res in
sexaginta ptes equales diuidiť que ptes dicunť minuta et iterū
q̄libet illaꝝ ptiū in alias sexaginta ptes equales q̄ dicūť secūda
et rursū quecūqꝫ eaꝝ in alias sexaginta q̄ dicūť tertia sicqꝫ in in
finitū vt coiter praticať in astrologia. Solum aūt algorismū de
nūeris integris et de fractionib⁹ phīcis (vt curiosa negociosis
dimittamus: necessariora vero philosophie studētib⁹ tradam⁹)
hoc opusculo claudemus: hoc etiā accedēte ꝙ principia tocius
artis nūerarie hic ꝯprehēdem⁹: vnde hijs habitis q̇uis ꝑ se ipm
alias ptes pratice arithmetice et sine hijs nemo facile itelliget
Presētē vero tractatū bina diuisione secabimus. primū de algo
rismo in numeris integris. deinde in fractionibus phisicis et
hij erūt duo tractatus. quoꝝ primū q̇ erit de nūeratione et de
suis spēbus seu modis nūerādi iteꝝ sex capitulis distinguemus

Dicturi p̄rimo quid numerus q̄d nūeratio et q̄d sit numerare et quomodo opoꝛtet nūerare. in secundo de additione et quid sit addere vel sumare et de pꝛatica eius. in tertio de subtractiōe et q̄d sit subtrahere vel restare. in quarto de multiplicatione. in q̄n to de diuisione. in sexto demū de radicum numeroꝝ adinuētōe Quasdam autem minus pꝛincipales species: vt sunt duplatio dimidiatio et pꝛogessio ad has principales reducemꝰ nec opoꝛ tebit distincta capitula de illis tradere.

Capitulū pꝛimū de numero et numeratione.

Rimū capitulū quatuoꝛ habet p̄tes. pꝛima ostēdit q̄d sit numerꝰ ꝛ q̄d nūeratio. Est igit̄ nūerus vnitatū collectio vel aceruus ex vnitatibus ꝓfusus. Nūeratio est nūeri ꝓpositi scripta vel vocalis vel mētalis ꝑceptibilis expꝛ̄ssio. vñ et nūerat̄ est nūeꝝ ꝓpositū scripto vel voce vl̄ ꝯceptu ꝑceptibili rep̄sētat̄ Secūda ps dat figuras seu caracteres q̄bꝰ vtimur ī hac arte et sūt decē seq̄ntes. 1. 2. 3 4. 5. 6. 7. 8. 9. 0. quaꝝ pꝛima valet vnum/ secūda duo/tercia tria/et sic ꝓcede vsq̄ ad extremam que cifra vocat̄ et illa ꝑ se nichil significat sed facit alias seq̄ntes plꝰ signi ficare vt postea patebit. Tercia ps distingui docet quēuis ꝓpo= sitū nūeꝝ ꝑ suas figuras vel loca aut limites et in q̄ loco debeat poni q̄lꝫ nūerꝰ et q̄lꝫ figura et q̄tū valeat in suo loco Ubi notād̄ ꝙ oīs nūerus citra decē appellat̄ vnitas vel digitus vt vnꝰ duo tres ꝛc̄. vsq̄ ad nouē inclusiue. et oīs nūerꝰ denarius vel termi natus ad decē infra cētū et vocat̄ dena vel articulus vt sunt isti decē viginti triginta quadraginta ꝛc̄. vsq̄ ad nonaginta inclusi ue: et oīs numerus cētenarius infra mille dicit̄ centena: vt cētū ducēta trecēta ꝛc̄. vsq̄ ad noningēta: et oīs numerus millena= rius citra decē milia appellatur millena: vt mille duo milia tria milia ꝛc̄. vsq̄ ad nouē milia: et sic poterit ꝓcedi ī īfinitū: vt pꝫ in hac rl̄a/ Unitas/dena/centena/millena/decies millena/cēties millena/milies millena/q̄ꝺ vulgariter dicit̄ cuēto/decies cuēto/ cēcies cuēto/milies cuēto/decies milies cuento/cencies milies cuēto: q̄ꝺ vulgariter dicit̄ millon/decies millon/cēcies millon/ milies millon/decies milies millon/cencies milies millon/et sic ꝓcedēdo quousq̄ sit possibile noīare. Sciēdū etiā ꝙ oīs nume= rus tot loca vel limites habet quot figuras cū q̄bꝰ scribit̄: et illa que est versus dexterā appellat̄ pꝛimꝰ locꝰ vel limes: seq̄ns illā ad sinistrā dr̄ scōs limes. et iteꝝ succedēs dicit̄ tercꝰ limes vsq̄ ad extremā v̄sus sinistrā et illa dicit̄ vltimus limes aut locus: vt

patet in hoc exẽplo. 3496. vbi primus locus est figura. 6. scḋs est figura. 9. tercius figura. 4. quartus figura. 3. similiter in quolꝫ alio nũero/ et huius cã est qꝛ hec ars ĩuẽta est apud arabes q̃ scri bũt a dextera ad sinistrã eũdo sicut et ebrey. hijs hitis dicimus ꝙ oĩs nũerus q̃ dr̃ vnitas vel digitus. i. citra decẽ debet scribi ĩ pmo loco: et oĩs nũerus dena vel articulus ĩ scḋo loco vel limi= te. et oĩs nũerus cẽtena ĩ tercia loco et sic ꝓcedẽdo vt patuit in regula supius dicta. Et nota ꝙ oẽs nũeri q̃ sũt ĩter duas denas sunt compositi ex dena et ex vnitate et ideo nõ possunt scribi in vno limite vel loco sed vna ps eius scribit̃ ĩ pmo loco et alia ps in scḋo: vt sunt isti. vndecĩ/ duodecĩ/ tredecĩ. et ceteri vsqꝫ ad decẽ nouẽ iclusiue. Itẽ isti viginti vnũ/ viginti duo/ viginti octo/ et ceteri/ vnde si deberet scribi decem et octo: diuidetur ĩ duas partes et octo scribetur ĩ primo loco decẽ vero in secũdo sic. 18. similiter facies in isto numero viginti quinqꝫ sic. 25. Aduertendũ est etiam ꝙ omnes numeri qui debent poni ĩ secũdo vel tercio vel quarto loco scribuntur cum eisdem litteris vel caracteribꝰ cũ quibus scribunt̃ numeri ponẽdi in pmo loco qꝛ nõ habemꝰ nisi illos decẽ caracteres ad scribẽdũ oẽm numeꝝ. et inde est ꝙ quotquot sũt vnitates totidẽ sũt dene et totidẽ cẽtene et totidẽ millene ꝛc. et cuilibet vnitati respõdet vna dena et vna centena et vna millena que eadẽ littera scribi debẽt sicut illa vnitas: vt vni respondẽt decem centum et mille ꝛc. que similiter scribunt̃ cum littera prima. s. 1. et duobus respondent. viginti/ ducenta/ et duo milia ꝛc. et scribunt̃ cum secunda littera. i. 2. et tribus re spondent triginta/ trecenta/ tria milia. ꝛc. et scribuntur cum ter cia littera. s. 3. et ita in alijs. Unde sicut vnitates procedunt ab vno vsqꝫ ad nouem: ita dene procedunt a decem vsqꝫ ad nona= ginta: et centene a centũ vsqꝫ ad nongenta: et millene a mille vsqꝫ ad nouem milia ꝛc. et propter hoc cõsueuit dici ꝙ quelibet illarum figurarum si in primo loco scribatur seipsaꝫ semel signi ficat. et si in secundo loco scribatur significat seipsam decies. et si in tercio loco significat se cẽcies. et in quarto milesies. vt pa tet in exemplo premisso. 3. 4. 6. 9. vbi prima littera. i. 6. significat sex solum modo. secunda significat nonaginta. i. decies no= uem: et tertia significat quatuor centa. s. centies quatuor et vl= ma significat tria milia. i. milies tria. Item nota ꝙ quilibet locꝰ sequens valet decies plus q̃ locus ipsum immediate precedens in quolibet numero: Nam dena valet decies plus q̃ vnitas. et

centena decies plus ꝙ dena, et millena decies plus ꝙ centena et ita de alijs. ¶ Quarta pars huius capituli docet qualiter q̄libet numerus propositus debeat scribi, et qualiter cuiuscunq; numeri scripti valor debeat voce explicari. Cum igitur volueris numerum aliquem scribere attende diligenter si ibi nominetur aliqua de illis nouem vnitatibus et scribe eam in primo loco per suam figuram: et si nulla de illis in tali numero nominetur pone cifram in primo loco vt non remaneat omnino vacuus, quia tunc alie figure sequentes non valerent decem vel centum si ibi omnino nichil esset. deinde considera si in numero tibi proposito nominetur aliqua de nouem denis et scribe eam in secundo loco per figuram illius vnitatis cui correspondet illa dena: vt decem per .1. viginti per .2. triginta per .3. &c. et si nulla dena nominetur pone ibi cifram vt dixi ne ille locus perdatur. similiter facies in centenis et in millenis et alijs sequentibus excepto vltimo loco vbi si figura non nominetur non debet poni cifra. quia esset frustra cū nulla figura esset post illā cuius significatio deberet augeri per talem cifram. quia vt dixi cifra nō valet de se aliquid nisi ad augēdum significata sequentium figurarum. exemplum quando oēs figure nominantur vt volo scribere tria milia quatuor centa nonaginta sex: scribam sic. 3496. exemplū quādo non ponitur vnitas vt volo scribere tria milia quatuor cēta nonaginta: scribam sic. 3490. exemplum quādo non ponitur dena vt volo scribere tria milia quattuor centa sex: scribam sic: 3406. exemplum quando non ponitur centena. vt tria milia nonaginta sex: scribam sic. 3096. exemplum quando non ponitur millena vt quatuor centa nonaginta sex: scribā sic. 496. simili modo facies ī alijs. taliter ꝙ si nulla denominatio pretermitatur in omnibus locis scribantur figure significatiue sed vbi aliqua denominatio subticetur ibi cifra ponatur loco suo excepto vltimo loco vt dictum est. ¶ Si vero volueris numerum aliquem scriptum voce aut mente exprimere et nominare valorē eius. diuide illius figuras per ternarios itaq; inter quaslibet tres figuras ponas lineam subtilissimam. et post hoc primam illarū trium dicas vnitatem. secundam denam. terciam centenam. similiter in alijs tribus sequentibus prima earum erit vnitas. secunda dena. tercia centena. et eodēmodo in alijs tribus sequē

tibus et sic sine fine. sed erit hec differentia q̄ prime tres figure non habent aliquam cōmunem denominationem. sequētes vero tres habēt mille pro cōmuni denominatione. Item alie tres habent milies mille quod dicitur cuēto pro cōmuni denominatione. et rursum alie tres denominantur a millesies cuento et alie tres sequentes denominātur cōmuniter a millon. alie tres a millesies millon. et ita ascendēdo in infinitum: vt patet in hoc exemplo.

mil. sū. sūma. mil. millō. millō. mil cuē. cuēto. mille

9 5 7/6 5 3/ 9 7 8/ 2 4 5/ 3 4 9/ 1 4 6/ 3 5 7/ 2 4 3/

¶ Dico ergo q̄ si proponeretur alicui vnus numerus ita magnus et tot continens figuras: Prime tres valent ducenta qudraginta tria. alie tres sequentes valent trecenta quinquaginta septem milia. et iterum sequentes tres valent centum octuaginra sex cuentos. et rursus sequentes tres valent trecētos quadraginta nouem mille cuentos. et alie tres valent ducētos quadraginta quinq̄ millones. et adhuc sequentes tres valent noningentos septuaginta octo mille millones. et etiam sequētes tres valent sexcentas quinquaginta tres sūmas. et tres vltime valent noningentas quinquaginta septem mille sūmas. Si ergo totum numerum coniunctim nominare voluerimus dicemus q̄ valet Noningentas quinquaginta septem mille et sexcētas quinquaginta tres sūmas: noningentos septuaginta octo mille et ducentos quadraginta quinq̄ millones: trecentos quadraginta nouem mille et centum octuaginta sex cuentos: trecētos quinquaginta septem mille et ducentos quadraginta tres denarios totus valor illius numeri. et sic patet q̄ vnusquisq̄ numerus licet scribatur a dextris ad sinistram tamen nominatur a sinistris ad dexteram. Et sic patet de numeratione in genere Quid sit et quomodo sit numerādum valorem numeri vel voce vel mente vel scripto representando.

Capitulū scōm de addicione vel sūma.

Apitulum secundum habet quatuor partes. prima ostēdit quid sit addere vel sūmare et quis finis eius. Est autem addere plures numeros in vnum colligere qui vnus denotet valorem omniū illorum plurium: vt tres quatuor octo sex: faciunt simul collecti viginti vnum. qui dicitur summa aliorum

Et finis huius speciei vel modi inserandi est vt qñ habemus nominare plures numeros possimus oẽs eos vnica oratõe pferre vt si dedi alicui vna vice tot solidos alia vice tot et alia vice tot dica sumatim vno verbo ego dedi tibi quindecim vel viginti solidos. hac indigent dispensatores bonoꝝ coiter. Secũda pars ostẽdit modũ scribẽdi numeros addendos. debent eñ sic scribi vt pmo ponatur vnus eoꝝ si possibile sit maior p suas figuras scriptus vt dictũ est capitulo precedẽte. deinde sub illo scribat alius taliter ꝙ vnitas eius sit sub vnitate primi et dena sub dena et centena sub centena directe ꝛc. postea scribat alius numerus sub illis eodẽmodo figura sub figura recte positis et ita si plures numeri fuerint eadẽ forma scribantur et sub eis proiciatur vna linea secundum longitudinem vt patet hic

6	4	3
2	5	7

Tercia pars dat modũ operandi. Cũ ergo volueris sũmare plures numeros in vnũ incipe a dextris ab vnitatibus et omẽs figuras numeroꝝ que ibi fuerint in pmo loco simul collige mẽte in vnũ et vide nũeꝝ inde resultãtẽ vtrũ sit vnitas vel dena vel compositus. si sit vnitas ponatur sub linea in eodẽ loco p suam figurã scriptus: si vero sit talis numer⁹ dena. tũ pmo loco sub linea ponatur cifra et talis dena seruet ĩ mente et nominetur nomine sue vnitatis et addatur cum figuris secundi limitis. et si talis numerus resultãs ex additione dictarũ vnitatũ sit cõpositus: vnitas ei⁹ ponatur sub linea in pmo loco et dena eius seruetur in mẽte et addatur figuris secundi limitis Facto aũt pmo limite eodẽmodo est opandum in secũdo limite vbi sunt dene colligẽdo oẽs figuras ibi existẽtes in vnũ et vidẽdo nueꝝ resultãtẽ vtrũ sit vnitas vel dena vel ɔpositus et faciẽdo vt prius. et hoc facto trãseas ad terciũ limitẽ vbi sũt cẽtene eodẽmodo opãdo vt in alijs limitibus hoc pnotato ꝙ qñ colligis figuras exñtes in scdo vel ĩ tertio vel qrto limite nõ nomies eas vt denas vel cẽtenas sed vt vnitates et hoc ppter facilitatẽ operis. finitis autem omibus limitibus: numerus qui apparet infra lineam erit sũma omniũ superiorum in quo omnium valor ostenditur. Jllorum omnium sequitur exempla.

		2		1		345	8
exẽplũ primi	3476	addẽdi	exẽ.	789	addẽdi	exẽ. 297	addẽdi
	2322	2	scdi	211	1	scij 473	8
	5798 sũma			1000 sũma		1115 sũma	

Jn pⁱmo exēplo ex additione semꝑ resultat vnitas vel digit⁹ q̄ ibis subs͛ibit. Jn scdo sꝑ resultat denavl̄ articul⁹: ideo cifra subscri pta ad aliū limitē trahit. at vbi in vltimo limite colligim⁹ denā ad aliū limitem nouū cōstituēdū ipam solā ꝓducimus. Jn tertio āt exēplo resultat ex additiōe nūerus cōpositus: cui⁹ ps ibi sub scribitur et ps ad aliū limitē trahit. Sed si in nūeris addēdis re periatur cifra vel cifre si ibi cū eis in eodē limite nulla figura si= gnificatiua ponat̄ pro oib⁹ illis cifris scribat̄ vna cifra sub linea in eodē limite si aūt cū cifra vel cifris sit etiā aliqua figura vel fi= gure significatiue dimissa cifra vel cifris ponat̄ figura significa= tiua subscripta: exemplum.

3040		I
300	addendi	I
3340	sūma	

Sciēdū vlteri⁹ ꝙ si vellem⁹ facere additionē inter nūe= ros diuersoꝝ valoꝝ nō possemus ꝑdicto modo opari qꝛ iste mo dus dictus nō valet nisi in nūeris similibus. sed qꝛ hec operatio presupponit diuisionē ideo in secūdo hui⁹ tractatu est ponenda Quarta ps dat ꝓbationē q̄ fit ꝑ nouē vel ꝑ septē sed qꝛ ꝓbatio septenarij est difficilis pro incipiētibus ea dimissa ponā aliā. sub trahe ergo nouē quociēs poteris a numeris addēdis simul sūp tis et illud qd̄ remanet minus quā nouē scribe extra et vocet̄ pri ma nota. silr̄ a sūma totali aufer nouē quotiēs poteris et illd̄ qd̄ remanet citra nouē vocat̄ scd̄a nota que si erit equalis pⁱme bene opatus es alias errasti et oꝫ resumere opus tuū. et hec de additione. ¶ Et nota ꝙ ad istā spēꝫ reducit̄ alia spēs min⁹ prin cipalis que dicitur duplatio aut triplatio nam si eundē numeꝝ bis scripseris et addideris in vnā sūmā habebis duplū illius ⁊ si ter scripseris et collegeris in vnā sūmam habebis triplū illius. vn̄ pro re tā facili nō oportebat dare spāle capitulū: exēplum.

496	2		496	3	
496	2	Exēplū	496		
992	duplū		496	3	
			1488	tplū	

Similiter et progressio ad hāc speciem reducitur. est eñ pro= gressio pluriuꝫ numeroꝝ talis ordinatio in eodem limite ꝙ q̄ tum excedit secundus pⁱmum tantū excedit tercius secundum et quartus tercium vnde iter eos est proporcionalitas arithme thica colligere ergo tales numeros in vnam summam est opera tio progressionis. quod per additionem conuenientissime fiet vt hic.

Cap tertiū de subtractione.

1		2
2		4
3	3	6
4	5	8
5	7	20
6	9	
21	24	

Erciū capitulū quattuor habet ptes
prima ostēdit qd sit subtrahere et qs fi-
nis ei⁹ Est āt subtrahere vnū nūez ab alio de-
mere vt videat residuū vel excess⁹ vni⁹ ad aliū
et sēp mīor nūerus subtrahit a maiore vl eqli
nūq āt maior a minori poterit subtrahi. Sub-
tractōis finis est ad emēdū et vēdēdū pncipaliter ꝛ ad mutuādū
vt si tu accepisti a me i mutuū decē solidos vl aliqd huius et po-
stea tu soluisti aliq ptē eoꝝ videre possimus residuū qd adhuc
teneris soluere. Scōa ps dat modū scribēdi numeros in hac
specie. Debent nāq nūeri scribi precise, eodmō sicut dictū est in
additiōe vn⁹ nūerus sub alio et vnitas vnius sub vnitate alteri⁹
dena sub dena ꝛc. et ptrahe lineā sub eisd sed i hoc differt ab ad-
ditiōe qr in illa poñt esse multi nūeri addēdi: hic vō nō poñt esse
nisi duo nūeri quoꝝ vnus dr mutuū vel nūer⁹ a quo debet fieri
subtractio. alius vero dr solucio mutui vel nūerus subtrahēd⁹
ab alio. est et alia differētia qr in additione licet bonū sit ponere
nūez maiorē supra et miores infra nō tñ est necessariū ad opus
qd ita bñ fieret si mior nūerus ponet supra sicut fit ecōuerso tñ i
subtractiōe ex necessitate opis est q superior nūerus sit maior vel
salti eqlis iferiori et nūq pōt eē mior. Debēt g scribi sic. 689
Sed nota q ille nūerus dr maior alio q plures habet li- 343
mites vl loca vt pote si vn⁹ hēat qtuor alius vō tria loca vt hic.
1000 Uel si habēt eqlia loca tñ figura posterior vnius sit ma-
999 ior quam figura postrema alterius vt hic. 682
vel si ille sint eqles: ille est maior cui⁹ figura penul- 397
tima est maioris valoris vt hic. 495 sint eqles oz aspicere
et iterz si vltime et penultime 479 in alijs vsq ad primū
limitē descēdendo. Tertia ps dat modū opandi et debes icipe
a dextris indigitis primi loci aut limitis et ibi subtrahe iferiorē
figurā pmi limitis de supiore eiusdē limitis. et vide vtrū illa figu-
ra supior sit maior aut minor aut eqlis inferiori. si fuerit maior
pone subt⁹ lineā i eodē limitē excessū ei⁹ sup iferiorē si vō fuerit
eqlis pone sub linea i eodē limite cifrā ad denotandū q null⁹ est
excessus vni⁹ ad alterā. si āt supior sit mior tūc nō poterit iferior
subtrahi ab illa: transfer g te ad seqntē figurā supiorē et mutua
ab illa vnitatē et hēas memoriam q illa figura seqns valeat vna
min⁹ et illa vnitas adducta ad limitē primū valebit decē quibus

addas illã figuram q̃ ibi est et facies vnũ nũex cõpositũ ab illo ꝙ subtrahe figurã inferiorẽ residuũ subtus scribẽdo. facta aũt sub tractione primi limitis eodẽ mõ te hẽbis ĩ alijs locis vel figuris seq̃ntibus et reputabis te sẽp eẽ ĩ p̃mo loco q̃tũ ad modũ opãdi et q̃tũ ad noĩa figurax vt supra dictũ est capitulo p̃cedẽte qꝛ de bent nominari vt vnitates vel digiti factis ergo illis limitibus omnibus habebis sub linea vnuz numerum inferiorem qui erit residuum vel excessus maioris numeri ad minorẽ: exempla isto rum sequuntur.

exẽ. 689 a q̃ subtrahit 5 exẽ. 754 mutuũ 7 exẽ. 932 mu. 5
p̃mi 343 subtrahẽd⁹ 5 scdi 754 solucio 7 t̃cij 686 solu. 5
346 residuũ 000 residuũ 246 residuũ

¶ Itẽ est notãdũ ꝙ qñ vis mutuare illã vnitatẽ dictã a figura se q̃nti si ĩ illo loco ñ ĩueneris figurã significatiuã sꝫ cifrã: tũc opor tebit trãsire vltra ad seq̃ntẽ limitẽ vel si ibi nõ ĩueneris figurã si gnificatiuã trãsfer te ad aliã seq̃ntẽ quousqꝫ inuenias figurã et ab illa sũme vnitatez q̃ in tuo limite valebit decẽ vt dictũ est sed oẽs cifre ille ĩter medie valebũt tũc singulos nouẽnarios. ⁊ ideo figura q̃ esset sub tali cifra eẽt subtrahẽda ab illo nouẽnario ibi intellecto. Itẽ sciẽdũ ꝙ si figura a qua vis accipe illã vnitatẽ mu tuatã: sit vnitatis figura. tũc eã adduces ad tuũ limitẽ et in loco suo intelligat esse cifra. Itẽ attẽde ꝙ si due vltime figure essent pares nichil deberes ponere infra: qꝛ eciã ponere cifrã ibi esset sup̃fluũ vt supra dictũ est istox sequũtur exẽpla.

exẽplũ 402 mutuũ 6 exẽ. 512 mutuũ 8 exẽ. 342 mutuũ 0
primi 235 solucio 6 scdi 349 solucio 8 t̃cij 321 solucio 0
167 residuũ 163 residuũ 21 residuũ

Quarta pars dat probationem operatiõis. que est duplex vna per nouem sicut dictum est. subtrahe nouem quociẽs poteris a numero superiore et accipe ibi notam primam deinde subtra- he nouem quociens poteris a duobus inferioribus simul sum- ptis et accipe notam secundam eorum et si equales fuerint ille note bene operatus es si autem errasti. Alia probatio est per addicionem et hac vtuntur mercatores scilicet addendo vel sũ- mando in vnum duos inferiores. et si ex tali addicione prouene rit talis numerus qualis est superior erit bene factum alias er- ratum. Econtrario posset addicio probari per subtractio- nem Scilicet subtrahendo a totali summa vnum numerorum

additoꝝ et remanebit q̄titas alterius vel alioꝝ accipiantur
exēpla supius. ❡ Ad istā specie͂ reducit̄ alia minus principalis
que vocat̄ dimidiatio et fit hoc modo. incipe a sinistra ad dexte
rā. et vide vtꝝ illa vltima figura sit par et tūc pone eius medie
tatē in eodē limite sub linea et eodē modo in alijs figuris. Si sit
impar: deme vnitatem ab illa per intellectum et remanebit par
cuius subscribe medietatem. et deinde transfer illam vnitatem
ad sequentem figuram que valebit decem ibidem posita et adiū
ge ei aliam figuram ibi existentem et fiet vnus numerus cōpositus
cuius subscribe etiam medietatem. et si ibi adhuc remaneat vni
tas aliqua propter imparitatem transfer illam ad sequentem li
mitem et fac vt prius quousqꝫ venias ad primā figuram qꝫ si ibi
supauerit vnitas scribe illam extra totū numeꝝ hoc modo. 1/2
quia significat ꝙ sit medietas talis vnitatis. et si cōtingat ꝙ
in illa pria figura vel loco non sit nisi vnitas scribe sub' cifrā et
extrahe foras illā vnitatē ⁊ scribe ei' medietatē mō dicto. exēpla
exēplū 642 totū exēplū 957 totū 1/2 exē. 541 totū
primi 321 mediū scdi 478 me. 2 tcij 270 me. 1/2
Istam operationem poteris ꝓbare faciliter per duplatione
si eñ numeꝝ inferiorē duplauerit modo supradicto proueniet
superior quando bene operatus es.

Capitulū quartū de multiplicatione.

Quartum capitulum quatuor habet partes prima osten-
dit quid sit multiplicare et quis finis eius. Est autē mul
tiplicare vnum numerum pluries sumere scilicet totiens quot
vnitates sunt in reliquo. Ex quo patet ꝙ etiam in ista specie so-
lum duo numeri sūt necessarij scilicet ille quem multiplicare vo
lumus. et alter numer' qui denotat quot vicibus illum assume
mus. primus solet dici multiplicandus secundus multiplicans
primus profertur nominaliter secundus aduerbialiter. et ad fa
cilius operandum debes minorem facere multiplicantem quā-
uis non sit necessarium. tantum enim valet dicere octies quat-
tuor. sicut quater octo. Finis multiplicationis est ad apreciā-
dum res et ad cōprehendendum faciliter valorem alicuius mer
cancie aut alicuius monete grosse cito valore vnius partis eius
datis partibus equalibus' et hoc modo sciemus dicere tot au-
rei erunt tot denarij. et tot mensure pāni vel vini valebunt tot
solidos ⁊c. Scda pars dat modum scribēdi nūeros i hac specie

debes eñi scribere primo multiplicãdũ suplus deinde multiplicantẽ inferi⁹ retẽto ordine figurarum vt dictũ est in additõe. s. vnitas sub vnitate &c. et proice lineã subt⁹ vt si vellis multiplicare 124. per. 12. scribe sic

124 multiplicandus
12 multiplicans

dũ opandi sed aduertendũ quod multiplicãdo vnitatẽ p vnitatẽ aut digitũ p digitũ nõ oz scribere figuras: quia cũ scribũtur figure in hac spe psupponitur quod sciã⁹ mẽte multiplicare digitũ p digitũ. Et ad hoc sciẽdũ nota duas regulas. pma quod videas iter illos duos digitos quos vis iuicẽ multiplicare q̃s illorum sit maior et atẽde p quot vnitates distãt a decẽ tũc accipe miorẽ et aufer eũ a sua dena taciẽs quot sũt vnitates illius distantie et qd remanet est ppositũ. Uerbigrã. octies sex faciũt 48: nam octo distat a decẽ p duas vnitates. ergo subtrahatur .6. de sexaginta que est sua dena bis et remanebũt 48 similiter in oĩbus alijs. Secũda regula est quod accipias i sequẽte tabula vnũ digitũ illorum in pte supiore et aliũ digitũ in pte sinistra postea videas q̃s numerus respõdet idirecto vtriusque in illa tabula ille ẽ quesitus. Uerbigrã. indirecto horum duorum .6. et .8. respõdet iste numerus .48.

Tercia pars dat mo=

¶ Sequitur tabula multiplicationis.

0	9	8	7	6	5	4	3	2	1
1	9	8	7	6	5	4	3	2	1
2	18	16	14	12	10	8	6	4	
3	27	24	21	18	15	12	9		
4	36	32	28	24	20	16			
5	45	40	35	30	25				
6	54	48	42	36					
7	63	56	49						
8	72	64							
9	81								

¶ Postquam ergo scripseris numeros multiplicãdos et scieris mõ dicto multiplicare digitũ p digitum incipe a dextris et cum pma multiplicantis. s. inferioris multiplicabis primã superioris et vide ex illa mltiplicatione vtrum excrescit digitus vel dena vel compositus numerus si digitus debet sub linea scribi in eodem limite. si dena transferatur mente ad sequentem limitem et ibi cifra ponatur. si compositus: ponatur ibi digitus ei⁹ et transferatur articul⁹ vt dictũ est in additione: facto pmo limite: iterum cũ eadẽ prima inferioris multiplicetur scda superioris et scribatur nũerus idẽ pductus mõ dicto sub linea sẽp obseruãdo ordinẽ i limitibus et noiando figuras ac si essent simplices digiti. et facto scdo limite iterum cũ ead pma inferioris multiplicetur. tercia supioris penitus eodmodo et sic p alias quousque venias ad vlti

mā. quo facto iteꝝ reuertere et cū secūda nūeri inferioris multiplica mō dicto oēs figuras numeri supioris hoc notato ꝙ incipias scribere numeros resultātes a loco figure secūdi limitis ꝛ sic versus sinistrā, et illo facto iteꝝ reuertere ad multiplicandū oēs figuras supiores ꝑ terciā inferiorē et sic iteꝝ donec omnes figure supiores sint multiplicate ꝑ oēs inferiores. et tunc protices vnam lineam sub omibus illis numeris scriptis et colliges omnes eos in vnam sūmam secūdum precepta data in additiōe et tota illa sūma est numerus quem q̄rebas sequūtur ex ēpla.

exēplū primū 124 mltiplicād⁹		3485 mltiplicād⁹	
12 mltiplicās	exēplū	569 multiplcās	
248	aliud	31365	
124		20910	
1488 sūma		17425	
		1982965 sūma	

Et si occurrat iter illas figuras aliqua cifra vel cifre ex multiplicatiōe tali figure cū illa cifra vel etiam vnius cifre cum alia pone solam cifram sub linea vt patet in hoc exemplo.

exēplū 20304	multiplicād⁹
320	multiplicās
00000	
40608	
60912	
6497280	sūma

Et si tam in multiplicāte ꝙ̄ in multiplicādo nūero fuerit vna sola figura cū plrib⁹ cifris i ꝑmixtis et ꝯtinuis: tūc sufficit mltiplicare figuraꝫ illā cū alia figura et postq̄ scripseris ꝓductū adde oēs illas cifras vtriusq̄ nūeri a ꝑte dextra vt pꝫ i hijs exēplis

exēplū 500	exēplū 7000	exēplū 80000
4	30	4000
2000	210000	320000000

Quarta ꝑs dat probatiōnē et fit ꝑ nouē vt dictū est in alijs. nā si accepis notā supioris nūeri subtrahēdo nouē quociens poteris. et iteꝝ accepis notā inferioris.s. multiplicātis. et eas īuicē multiplicaueris. et a ꝓducto accepis notā subtrahēdo nouem si nota quā accipies a totali sūma inferiori fuerit illi tertie note equalis bene operatus es sin autē errasti. et ad hoc melius intelligendum facies crucem in cuius ꝑte superiori pones primā notam in inferiore secundam. in sinistra parte terciā notam. in dextra vero quartā: vt volo probare primū exēplū faciā sic et est opatio vera. Simili modo facies in aliis exemplis.

7
3 ✠ 3
3

Ad istā speciē poterit reduci duplatio et triplatio. nā si quēlibȝ nūeꝝ ꝑ duo multiplicaueris ꝓueniet duplū ei⁹. et si ꝑ tria multiplicaueris hēbis triplū eius. Etiā ad istā spēm reducit̄ ꝓgressio hoc mō vide vtrū nūerus illaꝝ figuraꝝ ī tali ꝓgressiōe positaꝝ sit par vel ipar: si ipar mltiplica talē nūeꝝ ꝑ figurā mediā illaꝝ et ꝓueniet ꝓpositū. i. q̄ntū valēt oēs ille figure vt hic. 1. 2. 3. 4. 5. vbi sunt q̄nqȝ figure quaꝝ media est. 3. ter ergo q̄nqȝ sūt. 15. q̄ est valor oīȝ illaꝝ. Sed si figure fuerint in nūero pari: adde ꝑmam vltime et mltiplica illas ꝑ medietatē nūeri figuraꝝ et erit factū vt hic. 1. 3. 5. 7. vbi sūt quatuor figure addita ꝗ prima. s. 1. cū vltima. s. 7. fiūt. 8. q̄bus multiplicatis ꝑ duo fiūt. 16. q̄ ē sūma q̄sita. Sȝ ista spēs raro venit ī vsū: nisi q̄ ꝓdest ī arithmethica speculatiua ꝑ arithmethica ꝓporcionalitate. ¶ Cpm. 5. de diuisiōe.

Quintū capitulū habet quatuor ꝑtes. ꝑma ostēdit q̄d sit diuidere et finis eius. diuidere est vnū nūeꝝ ī plres ꝑtes eq̄les secare. vñ ī hac specie etiā duo nūeri sūt necessarij. s. ꝑm⁹ diuidēdus et est maior scd̄s diuisor ⁊ minor q̄ debet denotare in quot ꝑtes volumus alteꝝ secare. Finis dīonis est vt sciam⁹ q̄n̄o pluri⁹ debet distribui aliq̄ pecunia ſm ꝑtes eq̄les q̄ntum debet hr̄e q̄sqȝ eoꝝ. et qn̄ hēm⁹ aliq̄ magnā copiā denarioꝝ et voluerim⁹ videre quot solidi vel quot aurei aut argētei fierēt ex illis et ad plura alia valet. vñ sic ꝑ mltiplicationē possum⁹ grossiorē monetā reducē ad subtiliorē: ita ꝑ diuisionē possum⁹ ex minore moneta ꝯstituer̄ maiorē. Scd̄a ꝑs dat modū scribēdi debes em̄ ꝑmo scribere diuidēdū maiorē supra et sub eo statiȝ pone duas lineas aliqualiter distātes ita vt īter eas possit esse alius nūerus isto mō 362 Deinde scribe diuisorē sub illis duabus lineis et non cures obseruare ordinē limitū vt. s. vnitas sit sub vnitate et dena sub dena ⁊c̄. sed vltimā diuisoris scribe sub vltima diuidēdi et penultimā sub penultima et sic de alijs vl⁹ dexterā eūdo scribes etiā diuisorē directe ante diuidēdū cū linea inter media vt hic 24 | 362 Tertia ꝑs dat modū opāndi et debes īcipe a

·24 sinistra ꝑte versus dexterā eūdo. et tūc vide vtrū diuisor sit vna tm̄ figura sine cifris vel figura cū cifra vel cifris vl ī diuisore sint plres figure. Si sit vna tm̄ figura sine cifris tūc subtrahe illā ab vltima diuidēdi quociēs poteris et numeꝝ illaꝝ vicīū scribe īter illas duas lineas in eodē tm̄ limite cū diuisore et cū figura a qua subtrahitur diuisor: et si aliq̄d fuerit residuū pone illud supra figuram superiorem a qua subtrahit̄ vl pone

cifrā de sup̄ si nichil remāserit. Facta illa pria subtractiōe muteť diuisor ad sequentē locū: et eodmodo subtrahať a seq̄nti figura cū residuo p̄cedētis si sit qd debet cōputari pro dena: et subtrahať q̄tiēs poterit et scribas nūeꝝ illaꝝ viciū inter lineas in eod limite:: et scribe sēp residuū de sup: et sic facies in oībus alijs figuris vsq̧quo venias ad p̄mā ptis dextre et tūc nūerus quē inueneris inter lineas est nūerus ꝓueniēs cuilꝫ pti eaꝝ in quas illud totū est diuisū ⁊ si aliq̄d remāserit qd nō possit diuidi. illud significat quot ptes vnius itegri adhuc debēť cuilꝫ pti vltra nūeꝝ inter lineas inuētū talē ḡ nūeꝝ extrahe et scribe foras ⁊ sub eo vnam lineam et sub linea pone diuisorem hoc modo $\frac{2}{4}$ et significat hoc q̄ sūt due q̄rte vni⁹ rei et sic in alijs.

Itē q̄ si aliq̄n diuisor non possit subtrahi ab aliqua figura debet poni cifra inter lineas et illa figura manet integra quousq̧ diuisor muteť excepto qn̄ est ī vltimo loco vs⁹ sinistrā q̄r ibi nichil ꝓficeret cifra vt dictū est supra. istoꝝ sequētur exempla.

```
  00        00        2|00        000
3|24      3|42       4|362   |6| 624
  8         14          90      |104
  3         33          44       666
```

Si vero ī diuisore sit vna figura cū cifra vl cifris est idē moduc operādi vt in alia excepto q̄ diuisio nō ꝓcedit vsq̧ ad primā diuidēdi sed debet cessare p tot figuras ante p̄mā quot sūt cifre ī diuisore. et ille figure dn̄t remanere indiuisse. in alio nullomō differt opatio. et debes illas figuras extra scribē cū diuisore vt dictum est. etiam addēdo qd residuū fuerit ex diōne.

```
   2|   00        93|   00
  10|  3 62      200|  |6493
 exēp    36    exēp     32
        100            2000
          1              20
```

Si autē in diuisore fuerint plures figure ē difficilior modus opandi sed scripto numero diuidendo supius et suis lineis sub eo protractis scribe diuisorē sub lineis taliter q̄ vltima figura diuisoris sit sub vltima diuidendi et penultima sub penultima et sic de alijs si plures fuerint et incipe a sinistris et subtrahe vltimam de vltima quoties poteris taliter q̄ nō subtrahať vltra nouē vices et penultimā de penultima et aliā de alia hoc seruato q̄ tociēs subtrahanť sequentes figure a suis suporibus p̄cise quotiēs vltima a sua supiore vltima: alias non esset vera operatio. q̄ si alie sequētes nō possint totiens subtrahi a suis quociēs vltima ab vltima: tunc non sub

trahas tot vicibus vltimam ab vltima sed vna minus et tunc ite rum cōsidera vtrum alie sequentes tot vicibus possint a suis su perioribus subtrahi: vel saltim ab illis cum residuo precedētiū ꝙ si adhuc non sit possibile diminue vnā aliam vicem ab vltima quousqꝫ inuenias ꝙ sit possibile tociēs subtrahi vnam sicut aliā a sua superiore: et tunc pone numerum illarum vicium inter li neas super figuram dexteriorem diuisoris. et tūc cum illa mul tiplica omnes figuras diuisoris primo vltimā et numerum pro uenientem subtrahe a supra posita sibi figura diuidendi et si sit aliquid residuum desuper scribe si āt nichil remaneat scribe ci fram super figuram illam superiorem: similiter cum eadem figu ra multiplica sequētem figuram diuisoris et productum subtra he a sua superiore et si sit residuum desuper scribe alias pone ci fram: et similiter multiplicabis cum eadem ꝗlibet aliarum figu rarum diuisoris eodēmodo operando. quo facto opus erit mu tare omnes figuras diuisoris per vnum locum ita ꝙ vltima diui soris sit sub penultima diuidendi: et penultima diuisoris sub an te penultima diuidendi et ita de alijs. et tunc iterum quere quo ciens vltima diuisoris possit subtrahi a sua superiore vel sola vł cū residuo p̄cedentis: taliter ꝙ seq̄ntes possint a suis subtrahi sup̄ioribus tociens. ꝙ si non possint diminue in numero vicium quousqꝫ sit equalitas in omnibus sicut fecisti in precedente ope ratione. et equalitate inuenta scribe numerum vicium iterum inter lineas et cum illo multiplicabis omnes figuras diuisoris obseruādo modum penitus eūdem vt prius fecisti. et illo facto iterum mutabis figuras diuisoris ⁊ operaberis eodēmodo quo usqꝫ prima diuisoris veniat ad primam diuidendi et tūc est finis operationis. et habebis inter lineas numerum qui dicitur quociens qui denotat ꝗtum debetur cuilibet parti. et si aliquid remanserit supra indiuisum illud extra scribe et sub eo pone di uisorem cum linea media. et habebis quota pars alicuius inte gri vltra illa integra debeatur cuilibet parti Et si aliquando cō tingeret diuidēdo ꝙ vltima diuisoris posset subtrahi a sua figu ra tātum semel. alie vero non possint neqꝫ bis neqꝫ semel a suis figuris subtrahi: tunc ponas cifram inter lineas ad denotandū ꝙ nulla vice subtrahitur excepto si hoc accideret sub vltima di uidendi ratione iam dicta. et figure omnes superiores remane ant tunc intacte et integre ita ꝙ nichil subtrahas ab eis. sed mu tabis figuras diuisoris ꝗlibet p vnum limitem vt iam dictū est.

Unde ad hāc spēz exercēdam oꝫ ꝙ habeas alias duas supiores i ꝓ̄ptu.s.mltiplicationē ꝛ subtractioēz hoꝝ oīz seqͥt exēpla.

	03	
	027	•
0	373	•0031
04	07163	22375
9 / 229	333 / 18945	10 06 5657
24 / 465 exē.	485 / 564973 exē.	45 / 3401020
19	1164	75578
244	485555	4555555
2	4888	44444
	44	

Quarta ꝑs dat ꝓbetionē et est duplex ꝑma ꝑ.9.s.subtrahendo nouē quociēs poteris a diuisore et serua notā. deide accipe silr notā quociētis illius.s.q̇ est iter lineas ꝛ illas notas iuicē multiplica: et a nūeró ꝓueniēte accipe notā cui note adde etiā notā illius residui qȯ remāsit idiuisū. ꝙ si excesserit nouenariū accipe illiꝰ notam remouēdo ide nouē: si ḡ huic note vltime fuerit eq̄lis nota nūeri diuidēdi bn̄ opatꝰ es. alias errasti. Scȯs ꝓbatio ē mltiplicādo diuisorē nūeꝝ ꝑ quociētē et illi ꝓducto addēdo residuū ex dione.et si bn̄ opatꝰ es ꝓueniet nūerus diuidēdꝰ Ecōuerso possꝫ mltiplicatio ꝓbari ꝑ dionē.s.diuidēdo sūmam mltiplicatiōis ꝑ multiplicāō et ꝓueniet in quociēte mltiplicās vel ecōuerso si bn̄ opatꝰ es. Ad istā spēz pōt etiā reduci dimidiatio faciliꝰ ꝙ̄ ad subtractioēz.nā si nūeꝝ ꝓpositū ꝑ duo diuiseris hēbis medietatē eiꝰ.qȯ satis ē manifestū ꝑ praticas datas ī hoc caplo iuxta ꝑncipiū tercie ꝑtis. Probatio septenarij ifallibilis ꝓdictis spēbꝰ fit hoc mō. icipe ī q̄lꝫ nūero ꝑ se sūpto a sinistra ꝛ vide i vltima figura si possit inde extrahi septē et subtrahe si potes: et ꝓcede deinde ad seq̄ntē et subtrahe ab ea cū residuo ꝑcedētis.7.q̇ciēs poteris. et tūc ꝓcede eodmō vsqꝫ ad ꝑmā figurā et qȯibi remanet est nota ꝙ̄ q̄ris.et opare sic ꝑ notā nouēnarij.

Capitulū sextū de radicū extractione.

Extū cp̄m hꝫ q̄tuor ꝑtes ꝑma ondit q̇d sit radicē extrahere et q̇s eiꝰ finis. Radicē extrahere est alicuius nūeri radicem īuenire. et radix eius dr̄ q̇dā alius nūerus q̇ in se ductꝰ idest ꝑ se multiplicatus ꝯstituit illū vt radix. 9.est.3. ter eñi tria sūt nouē. Sed est suponēdū ex arithmethica speculatiua ꝙ q̇ȯ nūeri sūt lineales q̇dā supficiales. q̇dā solidi. et iter supficiales

quidā ſunt angulares quidā circulares et augulariū quidā ſunt
equaliū latez quidam altera pte longiores. et coz qui habent
equalia latera quidā ſunt triangulares quidā quadrangulares.
q̇dā pētagoni: et exagoni alij et ſiſ̄liter eptagoni. ſiſ̄ter ſolidoz
nūeroz q̇dā ſūt ſperici q̇dā āgulares: et angulariū q̇dā ſūt cub
q̇dā aſſeres q̇dā cunei q̇dā laterculi. et alij paralelipidi. Cū igi
tur radicē alicuius numeri volumus querere intelligimus ſolū
de nūeris quadratis et cubicis propter eoz pfectionē et regula
ritatē. cōphēdēdo ſub hijs nūeros circulares q̇ oēs ſūt quadra
ti.et nūeros ſpericos q̇ oēs ſūt cubi. Finis huius ſpeciei eſt ſcire
multas mēſuras in geometria pratica et etiā multa ſciūt i aſtro
logia p radices quadratoz et cubicoz numeroz. Scđa ps dat
modū ſcribēdi. i hac ſpecie nō eſt niſi vnus nūerus quo ſcripto
p ſuas figuras diuide ipz totū p binas figuras p radice quadra
ta vel p ternas p radice cubica incipiēdo a dextris eundo ad ſi
niſtrā cū q̇buſdā lineis ſubtilibus. et deinde phice ſub eo duas
lineas eq̇ diſtātes ſcđm lōgitudinē numeri ſicut feciſti p diōne
licet ibi debeant eſſe magis diſtātes q̄ in diuiſione hoc modo.

34|78   3|478

¶ Tercia ps dat modū operādi
et primo in nūeris quadratis vbi
notādū q̄ nūerus quadratus dr ille q̇ cōſurgit ex multiplicatio
ne alicuius numeri in ſeipm ſemel. vt nouē ꝯſurgit ex ternario
et. 16. ex q̄ternario. Cū ḡ volueris alicuius nūeri q̄rere radicē
quadratā icipe a ſiniſtris: et vide an ibi āte primā lineā ſit vna
ſola figura: vel duo ſi vna: quere aliquē nūez qui p ſe multipli
catus deleat illam figuram vel q̄tum poterit ex illa. et reſiduū
ſi ſit ſcribe ſuper talem figuram ſinautem ſcribe cifram ſup eam
ſi v̊o fuerint ibi due figure quere ſimiliter numerum qui per ſe
multiplicatus deleat illas duas vel quantum poterit ex eis re=
ſiduum de ſuper ſcribendo. et talem numerum inuentū ſcribes
bis primo inter lineas ibi iunctim cum linea prima deſcenden=
te et iterum ſub illis lineis in eodem tamen limite: quo facto ta
lem numez dupla et tranſfer ad limitem ſequētem inter lineas
illud duplatum deinde quere alium numerum iuxta ſecundam
lineam bis ſcribēdū ſicut prius q̇ multiplicetur cū illo duplo ad
delēdū id qđ eſt ſupra duplū et poſtea multiplicatus p ſe ipm de
leat id qđ erit ſupra ſe quo facto p̄dictū duplū mutabis ad ſeq̄n
tē limitē et iſtū ſcđm nūez iuētū dupla et trāſfer duplatū ad ſe
quentē limitē, deinde iuxta terciā lineā quere aliū nūez qui de

bet multiplicare duos duplos precedentes ad delēdum ea que sunt sup illos et postea multiplicetur per se ipsū et deleat quod fuerit supra se, et hoc modo si plures sint linee descēdentes plu res inuenies numeros nouos et pluries mutabis duplos nume rorum et facies multiplicationes vt dictum est quousq3 ad finē peruenias, et tunc habebis radicem talis numeri infra lineas omnes qui erit numerus quadratus si nichil remanserit supra: vel si aliquid remāserit illa erit radix maioris quadrati sub tali numero contenti, exempla sequuntur.

```
                                                       0  0
                                    0              0   1  2  0
 0 0|   0 0|   0 0 0        0  3 0 0           1   2  8  10
 1 6|   2 5|   1|4 4|     6 7|2 4|             5 |4  7| 5 6|
  4|      5|   1|2 2|       8|16 2|          2 |4' 3|6 4|
 4|radix 5|R.1|  2|R.   8|   2|Ra              |  4|   |
                                              2|     3|  4|Ra
```

Et si aliquādo duplus ille mutatus nō possit aliquomodo a suo numero subtrahi tūc pone loco illi⁹ numeri inueniēdi cifrā bis scriptā et remaneat numerus superior integer pro tūc et anterio rē ad dexterā ille duplus similiter et cifra debet mutare locū postea alius numer⁹ queratur sub alia linea et fiat operatio vs= q3 ad finem, Postea si radicem illam per seipsam multiplicaue= ris proueniet numerus primo propositus si ei addideris suum residuū dū modo illud habeat et hec est probatio operis

```
                                 0      2
        0|0 0|  0|         0 |0 2|1  9|7  0|  0 0|
exēplū  9|1 2|0 4|exēplū 4 |3 0|6  8|9  5| 1 6|0 3|2 1|
        3|6 0|0 2|aliud  2 |4 0|0  7|1 4 )|  4|8 0|0 0|
         |  6|   |          |  4|4  0|           |  8|   |
        3|  0|  2|Radix  2 |   0|   7|  5 Ra. 4|  0|  0|
```

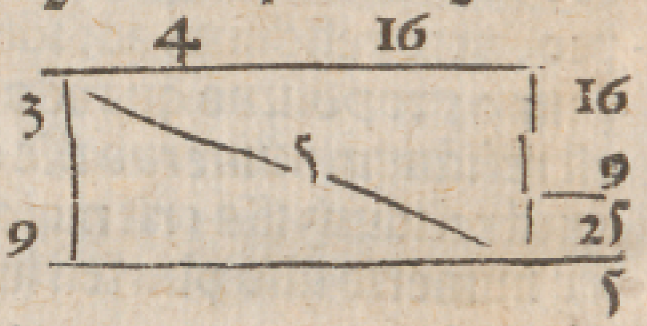
Numerus vero cubus qui est ɔsurgit ex multiplicatiōe alicuius nūeri in seipm bis vt ter tria ter sūt.27, Bis duo bis sunt, 8, Cū ergo volueris radicem cubicā alicuius numeri inuenire scrip to numero et diuiso per ternarios, quere iuxta sinisteriorem lineā vnum numerum qui per seipm multiplicatus bis deleat figurā vel figuras ibi extantes ante lineam vel q̄tū poterit ex eis, et scri batur bis, s, et inter lineas et sub lineis, ɔ einde ille numerus tri plicetur et trāsferatur triplum eius ad tercium limitem ab illo in

quo est et sub triplum eius sub eo in eodem limite ponatur: deinde iuxta secũdam lineã inueniatur alius numerus ex quo cuȝ sub triplo dicto fiat vnus numerus ꝯpositus ex dena et vnitate qui cõpositus debet multiplicari ꝑ dictũ triplũ et sũma inde ꝓueniẽs debet: iteꝝ multiplicari ꝑ predictũ numeꝝ secũdo inuẽtum et productũ subtrahaꝉ a nũero supra posito illi triplo deinde iste numerus inuẽtus ꝑ se ipm multiplicetur bis et productũ a supra posito sibi nũero subtrahatur. quo facto predictũ triplũ cũ suo sub triplo mutetur ad terciã figurã a suo loco et nũerus iste secũdo inuẽtus etiã tripletur et ponatur etiã ĩ tercia figura ab illa in qua est et sub triplũ eius sub eo. et tũc iuxta aliã lineã inueniatur alius numerus qui cũ duobus sub triplis precedentibus faciat vnũ numeꝝ cõpositum ex cẽtena dena et vnitate q̇ nũerus cõpositus primo multipliceꝉ ꝑ primũ triplũ. et ꝓductũ iteꝝ multipliceꝉ ꝑ numeꝝ nũc tercio inuẽtum et qd̃ prouenerit deleaꝉ a supra posito illi triplo. et iteꝝ ille idẽ cõpositus multipliceꝉ cũ alio triplo et ꝓductũ tale mꝉtiplicetur ꝑ eũdẽ numeꝝ tercio inuẽtũ et tota illa sũma subtrahatur a supra posito numero illi secũdo triplo. deinde ille numerus tercio inuẽtus multiplicetur ꝑ se ipm bis et quod prouenerit subtrahe a supra posito sibi nũero. et si adhuc sint plures linee eodẽmodo inuenies nouos numeros iuxta illas et mutabis triplos a locis suis vsus dexterã et facies semp numeꝝ cõpositũ ex pluribus figuris qui debeat multiplicari cũ illis triplis singulatim. et cũ eodẽ nũero nouiter inuẽto sicut dictũ est. et si alicubi nõ possit dari talis numerus inuentus pone cifram in radice sicut fecisti in quadratis et similiter si radicem illam per se ipsam bis multiplicaueris et producto residuum addideris si sit residuum proueniet numer⁹ primo propositus quando bene operatus es. et quando nulluȝ est residuum numerus ille erat perfecte cubus sed quãdo est aliquid residuuȝ illa erit maioris cubi radix que sub lineis apparet ex numeris illis pluries inuentis cõposita: sequunꝉ exẽpla.

exẽ.	exẽ.	exẽ.	exẽ.
000 125 5 5 Ra.	000 216 6 6 R	0000 1|728 1| 32 1 1 2 Ra	0 0 200 01 7570 14|829|100 41|063|625 3| 94|9125 3 |34 3 4 5 Radix

¶ Possemus modum inueniendi vtrasque radices sub vna regula comprehendere scilicet quod post primum numerum inuentum secundus vel tercius vel quartus numerus inuentus per duplos precedentes multiplicetur simul et tali producto ex illa multiplicatione addatur productum ex multiplicatione ipsius numeri in se ipsum taliter quod dena huius ponatur sub vnitate precedentis producti et centena sub dena ita quod addat illi vnum limitem ad dexteram: et illa totalis summa subtrahatur ab omnibus figuris que sunt supra talem numerum et supra omnes duplos precedentes et hoc in quadratis. sed in cubis non solum multiplicatur cum triplis precedentibus numerus nouiter inuentus sed compositus ex eo et sub triplis precedentibus in alio non differt opus.

Quarta pars docet inuenire residuum radicis ex residuo numeri principalis quando ille non fuit precise quadratus vel cubicus. et modus erit iste accipe illud residuum extra et pro radice quadrata adde ei duas cifras a parte dextra. pro radice vero cubica tres cifras. et operando eodem modo sicut prius quere illius radicem: qua inuenta multiplica illam per .60. et ex producto numero tot figuras deme versus dexteram quot fuerant in radice quam multiplicasti et illud quod remanet ostendet quot sexagesime vnius integri debeant addi ad illa integra que sunt in radice primo inuenta. ¶ Ex dictis in hoc capitulo poterit sciri pro geometria pratica quantitas linee diametralis vel diagonalis in quadrato vel quadrangulo quolibet. nam si quantitas cuiuslibet lateris per se ipsam quadrate multiplicetur et producta simul addantur et a tota illa summa radix quadrata inueniatur illa radix erit quantitas linee diagonalis quadranguli: vt patet hic.



Et ex ista infertur vna regula pro astrologia cosmografa ad inueniendum distantias inter duas ciuitates longitudine et latitudine simul distantes: si enim distantiam earum in longitudine acceptam ex cosmografia per se ipsam multiplices quadrate. similiter et distantiam latitudinalem ipsarum per se ipsam multiplicaueris et productis additis simul si radicem quadratam quesieris habebis totam distantiam simul in latitudine et longitudine inter eas. secundum gradus celi. Et si velles videre illam distantiam per terram atendas quod cuilibet gradui celi respon

det in terra s̄m macrobrium et euristenem et theodosium.700. stadia in terra. sed secūdum phtolomeum in cosmographia sua non sunt nisi.500.per circulum maximum: cuius auctoritati est magis standum et hoc comuniter tenēt omnes moderni. habita ergo distantia ciuitatum in gradibus et minutis intra tabulā sequentem et habebis quot leuce yspanice et quot miliaria et quot stadia illis respondent in terra.

gradus celi	1	2	3	4	8	16	32	6[illegible]	128
leuce yspanice	20	41	62	83	166	333	606	1333	2666
miliaria	2	2	1	1	2	1	2	1	2
stadia	4	0	4	0	0	0	0	0	0

❡Tractatus secundus de fractionibus phisicis habet duo capitula.

Iste tractatus est multū vtilis volentibus aliquid scire in cōmutationibus astrologie et notandū ꝙ in astrologicis tabulis gradus dicuntur integra et signa dicūt tota. sed minuta secunda et tercia quarta quinta ꝛc. dn̄t fractiones phisice et in hoc primo ponam regulas quatuor de numeratione. deinde quatuor regulas de singulis spēbus algorismi.

❡Capitulū primū de regulis nūerandi in fractiōibus phisicis.

Prima ergo regula est si volueris gradus in phisicas fractiões reducere. videas quota sit denominatio illius fractionis et tociens multiplica numerum integrorum per.60. vt si velles vide.3.gradus quot quinta faciunt multiplica.3.per.60. quinquies et inuenies ꝙ faciunt.2332800000. quinta. Secūda regula si volueris fractiones grossiores in subtiliores couertere. vide per quot vnitati denominatio subtilioris fractionis distat a denominatione grossioris et tociens multiplica numeruꝫ grossioris per.60. vt si vis scire quinqꝫ minuta quot quarta sūt multiplica.5.per.60.ter et inuenies.1080000. quarta. Tercia regula contraria prime est si velles fractiones aliquas ad integra.s. gradus cōuertere. vide quota sit denominatio talium fractionum. et tociēs has diuide per.60. vt si vis scire.75821054. tercia quot gradus sunt: diuide primo ista tercia per.60. et numerus quociens erunt secunda. et si aliquid significat residuum

erunt tercia. itez numez illũ quocientem diuide per.60.et nu merus quociēs inde pueniens erunt minuta.et si aliquid fuerit residuũ erunt secũda. et itez secũdũ quocietem diuide per.60: et numerus quociēs inde puenies erũt gradus et residuũ erũt minuta et sic habebis.351.gradus.1.minutum.23.secunda.54. tercia. Quarta regula cōtraria secũde si volueris fractões sub tiliores in grossiores puertere. vide p quot vnitates distāt taliũ fractionũ denoīationes. et tociēs subtiliores diuide p.60. ope rando modo dicto in pcedēte regula. et hoc mō.973000.q̃rta si reducātur ad minuta erũt.45.minuta.4.10.tercia.0.quarta.

¶ Capitulũ.2. de.5.spēbus algorismi q̃tũ ad fractões phisicas

Rima regula est de additione. si volueris fractiões phisi cas fractiōibus phisicis addere et integra integris (non enĩ ē possibile dissilia dissilibus addere vt fractões integris aut diuersas fractiões diuersis nisi prius reducāt ad silia p regulas supradictas) scribe pmo p ordinē gradus minuta et scda ₇c. qd lz in suo loco p suos limites: nā in q̃lz istaz denoiationũ possũt esse vnitas dena. deīde sub illis prius scriptis scribe alia q̃ istis vis addere.s.gradus sub gradibus minuta sub minutis ₇c. et si iterũ volueris addere aliq̃ alia scribe eodmō qdlz sub suo genere taliť q sēp ītegra et fractões grossiores sint ad sinistrā subtiliores ad dexterā. īcipe g̊ a dextris ifractiōibus subtilioribus hoc modo in limite vnitatũ adde oīa simul vidēdo nũez puenictē si sit vni tas aut dena aut cōpositus vt supra dictũ est ī additōe et subscri be eidē loco qd oportuerit et serua mēte illas denas q̃s ibi colle gisti et iũge cum figuris seq̃ntis limitis et adde oēs figuras scdi limitis eiusdē fractionis et vide sũmā puenientē et cōsidera ibi quot senarij integri resultāt qz illos debes seruare mēte et sub= scribe id quod fuerit vltra senarios perfectos. s.quod fuerit mi nus senario. nam sicut se habebat dena ad primũ limitē q non debebat ibi scribi sed ad sequētem limitem transferri mēte. Ita in scdo limite nullus senarius pōt scribi sed ad sequētem limitē transferēdũ est. hoc facto actede ad sequētem fractionē grossi= orem et senarios mēte seruatos ex precedēte fractiōe adde vni tatibus illius et collige oēs vnitates primi limitis ibidē et ope= rare penitus eodēmodo vt in precedēte. et ita p oēs fractiones quousq ad gradus pueneris. vbi colligēdo gradus ex.30.gra= dibus facies vnũ signũ scdz cōmunē vsũ sed scdm tabulas alfōsi regis etiā opaberis in gradibus sicut ī fractiōibus pcedētibus eo

ꝙ vnum signum in eisdem valet. 60. gradus. Et cum peruene
neris ad signa si numerus signoꝝ sit vltra duodecim abice duo=
decim quotiēs poteris et scribe semp̄ numeꝝ minorē duodecim
sed in tabulis alfoncij numerus signoꝝ non potest excedere se
narium nūeꝝ ideo abice sex quotiēs poteris residuū scribendo
Et nota ꝙ eodēmodo poteris addere numeros dissimiliuȝ valoꝝ
scilicet diuersas monetas. diuersa pōdera. diuersas mensuras.
considerādo valores illaꝝ et quot ex minoribus valēt vnum de
maioribus et sumādo iuxta illum valorem incipiēdo operatio=
nem a minoribus a dextris. hoꝝ oīm sequūtur exēpla.

Figura secundū tabulas alfonsi

sig	g̃d⁹	minuta	scḋa	tercia
5	47	39	53	15
3	26	54	18	34
2	17	23	45	56
1	31	57	57	45 sūa

Pratica in monetis

aurei ducati	argētei solidi	denarij	oboli
12	23	9	4
8	16	7	3
32	14	11	5
53	25	4	0 sūa

¶ In tali pratica monetarum sex oboli faciūt denariū: duode
cim denari solidū. 30. solidi argētei ducatū. De duplatione ī fra
ctionibus phisicis non oportet dare rl̄am specialē sed fiat sicut
additio scribēdo eūdē numeꝝ bis. Secūda regula est de subtra
ctione. si vis subtrahere fractiones a fractionibus aut integra
ab integris scribe numeros eodēmodo vt in additione. et īcipe
etiā a dextris primo in vnitatib⁹ fractionis subtilioris et subtra
he primā inferiorē de prima supiore si possit residuū scribendo
sub linea. si aūt non possit mutua vnitatē a sequēte limite eiusdē
fractionis et adducta illa vnitate ad primū limitem valebit decē
et tunc subtrahes vt supra dictū est. deinde procede ad secundū
limitē et subtrahe inferiorē de superiori si possit sin autē mutua
vnitatē a sequēte fractione et adducta ad tuū limitē valebit sex
ab eo ergo senario cū illa figura ꝙ habebas subtrahe inferiorē
figuram et tūc procedas ad sequētem fractionē et opare penit⁹
eodēmodo vt in precedente. Hac etiā forma poteris subtrahere
in numeris diuersoꝝ valoꝝ. s. monetis ponderibus et mensuris
cōsiderando valorē vnitatis mutuate. Dimidiatio etiā per hāc
regulā poterit praticari. Exēpla satis possūt patere p̄ p̄cedētia
Tercia regula est de multiplicatione. Si volueris phisicas fra
ctiones per integra vel per alias fractiones multiplicare. mul=
tiplica numeꝝ integroꝝ vel fractionū per tales alias fractiōes

et numerus qui inde prouenit erit eiusdem denoīationis cum fractionibus multiplicatis si multiplicasti integra per fractiones. vel talis numerus proueniens ex multiplicatione erit denoīationis que prouenit ex additione duarũ denominationum quando multiplicas fractiones per fractiones. exēplum primi si multiplices. 53. minuta per. 12. gradus prouenient. 636. minuta. exēplum secundi: si multiplices. 45. minuta: per. 37. quarta prouenient. 1665. quinta. et si fuissent. 45. secunda. et. 37. secunda: productus numerus fuissent quarta. et si fuissent. 45. tercia et. 37. tercia fuissent sexta in numero producto. et si fuissent. 45. tercia: et. 37. quarta fuissent ꝑducta septima ꝛc.

Quarta regula est de diuisione siuis fractiões phisicas per integra vel per alias fractiones diuidere. diuide vnũ illorum numeroꝝ per alium et numerus quociēs erit eiusdem denominatiōis cum fractione diuisa si diuisisti fractiones per integra vł econtra. si autem diuisisti fractiones per fractiones talis nũerus quociens erit talis denominationis sicut esset numerus q̇ remanet subtrahendo denominationem grossioris fractionis a denominatione subtilioris. Et nota ꝙ si ex prima diuisione aliquid remanet indiuisnm debet multiplicari per. 60. et productum iterum diuidi ꝑ idem quod prius. Et numerus quociens erit denominationis minoris īmediate sequentis. et si adhuc aliquid fuerit residuum ex secũda diuisione iterum multiplicetꝰ per. 60. et productum iterum diuidatꝰ per idem quod prius: et numerus quociēs erit adhuc minoris denominatiōis īmediate sequētis et sic iterum quousqꝫ nichil remaneat si precise multũ volueris operari. exēplum primi. si diuidas. 253. sexta per. 24. gradus prouenient. 10. sexta. 30. septima. exēplum secundi: si diuiseris. 359. quinta ꝑ. 45. tercia erunt. 7. secũda. 58. tercia. 40. quarta et si fuissēt. 359. quarta et. 45. tercia. numerus quociēs fuisset. 7. minuta. 58. secunda. 40. tercia. et si fuissent. 359. sexta et. 45. secunda: numerus quociēs habuisset istas denominationes. 7. quarta. 58. quinta. 40. sexta: et si fuissent. 359. tercia: et. 45. tercia: numerus quociens fuisset. 7. gradus. 58. minuta et. 40. secũda: semper cum due fractiones sunt eiusdem denominationis. numerus quociens resultans ex diuisione vnius ad aliam erunt gradus et consequenter minuta ꝛc. De radicum

extractione non est aliqua regula specialis in fractionibus phi
sicis distincta a regulis datis pro numeris integris. similiter ne
qz de progressione eo q ille due species i solo vno numero pra
ticantur non in duobus vt alie. Et in hoc terminatur quod p
posueramus dicere in algorismo de integris z de fractionibus
phisicis: Laudes deo omnipotenti.

¶ Arithmethice pratice seu Algorismi Tractatus
a Petro sanchez Ciruelo nouiter cōpilatus explicit
Impressus Parisius in cāpo gaillardo per Guidonē
mercatoris. Anno domini. 1495. die. 22. Februarij.





dat
Unum femina 2a dat 3a cunctis
quarta dat nulla quinta dat
[illegible] nulla sexta dat septima nulla nulli
nulli dat octava nullus dicitur
6 [illegible] ~~[illegible]~~ [illegible] valet dat valid [illegible]
4 nona 3 [illegible] nullus dicitur

3